

Meglepő leosztások

Salvi Péter

2025. május 10.

Leülsz egy bridzsasztalhoz, és mikor felveszed a lapjaidat, az alábbi kezet látod:

$$\heartsuit AKQJT98765432 \quad (1)$$

Meghökkensz. Mi ennek az esélye?! Miután egy (az ellenvonalat megtévesztendő) óvatos licitmenet után bemondod – és persze teríted – a rekontrázott 7 kőrt, a következő leosztás láttán megint nehéz pókerarcot öltened:

$$\clubsuit AK6 \quad \diamondsuit AKQ3 \quad \heartsuit AK4 \quad \spadesuit AK8 \quad (2)$$

A $2\clubsuit-2\diamondsuit-4NT$ pingpongozás után partner $6NT$ licitje 5–7 figurapontot ígér, és minimum 35 ponttal a vonalon a 7 szan sem okoz problémát. Ez a te napod. De már közben ki is osztották a lapokat, és most egy merőben más kép fogad:

$$\clubsuit AQ8643 \quad \diamondsuit J75 \quad \heartsuit Q64 \quad \spadesuit 3 \quad (3)$$

Igaz, van benne egy egész jó hatos szín, de pont treff, úgyhogy még indulni sem lehet vele... akárhogy is nézzük, 9 figuraponttal és 6331 eloszlással ez egy elég átlagos lap, nincs benne semmi különleges.

Vagy mégis?

A fent látott három kéz esélye természetesen azonos. Az 52 lapos pakliból 13-at kiválasztani $\binom{52}{13} = 635013559600$ módon lehet, egy tetszőleges konkrét kéz megjelenésének valószínűsége tehát ennek a reciproka, ami kb. $1.6 \cdot 10^{-10}\%$.

Miért érezzük akkor, hogy az első kéz sokkal kevésbé valószínű, mint a harmadik? Ennek az oka a fogalomrendszerünkben van: attól a „nyelvtől” függ, aminek segítségével leosztásokról beszélünk. Az első kezet a bridzs nyelvén könnyen le tudjuk írni: „csupa kőr kéz”. A másodikat többféleképpen is meg lehet fogni, de talán a legegyszerűbb ez: „minden ász és király, valamint a káró dáma”, és ezután még felsoroljuk a maradék négy kis lapot. A harmadik esetben azonban nincsen igazán hatékony módunk a kéz megfogalmazására, nem tudunk sokkal jobbat, mint hogy felsoroljuk a lapokat. A rendszer, amit meglátunk egy-egy leosztásban az, ami a lapot különlegesebbé, meglepőbbé teszi a szemünkben.

Ezt a mércét *Kolmogorov-komplexitás*nak nevezzük, definíció szerint egyszerűen a legrövidebb leírás hossza egy adott (természetes vagy programozási) nyelven. Ez azonban a nyelvtől nagyon függhet.

Tegyük sorba a paklit a természetes rendezés szerint:

$$\clubsuit 2, \clubsuit 3, \dots, \clubsuit K, \clubsuit A, \diamondsuit 2, \dots, \diamondsuit A, \heartsuit 2, \dots, \heartsuit A, \spadesuit 2, \dots, \spadesuit A \quad (4)$$

Most nézzük meg, hogy a harmadik kézben levő kártyák ennek a sorozatnak hányadik tagjainak felelnek meg:

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41 \quad (5)$$

Ez pont az első 13 prímszám! Ennek a tudásnak a birtokában – vagy másképp: a lapok leírásának ezen az új nyelvén – már sokkal meglepőbbnek tűnik ez a kéz.

A meglepetés érzésének van egy másik forrása is. Bridzsben mindig a kezeknek egyes *osztályairól* beszélünk, sosem konkrét kezekről. Az osztályok nagyon sokfélék, és nem diszjunktak: lehetnek indulóerősek, egyenletes eloszlásúak, két-színűek stb. A második példában látott kéznél a „minden ász és király, valamint a káró dáma” is egy (elég specifikus) osztályt határoz meg; ezzel ellentétben a harmadiknál a „9 figurapont és 6331 eloszlás” meglehetősen tág. Itt értelme van arról beszélni, hogy az egyik kevésbé valószínű, mint a másik, hiszen az első leírásnak legfeljebb $\binom{43}{4} = 123410$ kéz felel meg (legfeljebb, mert igazából ha más dáma is volna benne, akkor valószínűleg nem ezt a leírást adnánk rá), míg az utóbbi leírásnak ennek sokszorososa (már csak a $\clubsuit AKQ$ -t tartalmazó kezekből is van $\binom{9}{3}^3 \cdot 9 = 5334336$).

Egy ilyen osztály megjelenésekor beszélhetünk az esemény *információtartalmáról* vagy *meglepetésértékéről*, ez definíció szerint a valószínűség logaritmusának negáltja (tehát a valószínűség reciprokának logaritmus). Például:

$$I(\text{csupa kőr}) = \ln \binom{52}{13} \approx 27, \quad (6)$$

$$I(\text{ászok, királyok és káró dáma}) = \ln \frac{635013559600}{123410} \approx 15, \quad (7)$$

$$I(13 \text{ figurapont}) = \ln \frac{635013559600}{43906944752} \approx 3. \quad (8)$$

Összefoglalva tehát a meglepődésünk mértékének számszerűsítésére két módot láttunk, amelyek kombinálhatóak: az eseményt (kezet) egy adott osztályba sorolva annál különlegesebbnek érezzük, (i) minél tömörebben leírható az osztály, és (ii) minél kisebb az osztály előfordulásának valószínűsége (tehát minél nagyobb a meglepetésértéke). Mindkét részre szükség van, ugyanis pl.:

- A „13 figurapont” osztály tömören leírható, de kicsi az információtartalma
- Ha az „osztály” egyszerűen csak a lapok felsorolása, akkor az információ-tartalom ugyan maximális, de az osztály leírása nem elég tömör

A leíró nyelv (és így az általa megfogalmazható osztályok) megválasztása hozzátartozik a meglepetés fogalmához: egy paradigmaváltás átértékelheti az eseményt, ahogy ezt a harmadik kéz példáján láttuk.