

Fair Curves and Surfaces

(Sima görbék és felületek)

Salvi Péter

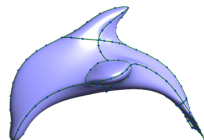
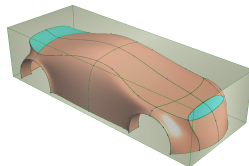
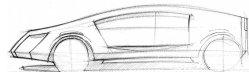
Témavezető: Dr. Várady Tamás

Eötvös Loránd Tudományegyetem
Informatika Doktori Iskola

2012. 12. 20.

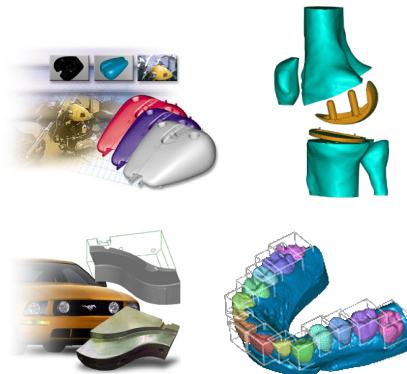
Áttekintés

- 1 Bevezetés
 - Sima görbék és felületek
- 2 1. tézis: Célgörbület alapú simítás
 - Simasági mértékek
 - Simító módszerek
- 3 2. tézis: Hierarchikus simítás kényszerekkel
 - Magasabbrendű folytonosság
 - Hierarchikus felületsimítás
- 4 3. tézis: Transzfinit n -oldalú felületek
 - Transzfinit interpolációs felületek
 - Általánosított Coons felület („GC”)
 - Görbült ribbon alapú felület („CR”)
- 5 Összefoglalás



Mérnöki visszafejtés

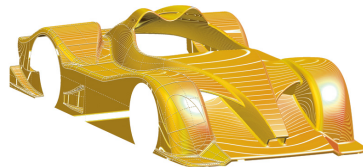
- Mért pontfelhő alapján geometriai modell
- Amikor nincs digitális reprezentáció
- Széles körben használt (pl. gépjárműipar, orvostudomány)
- Számunkra lényeges:
 - Gépészeti tervezés
 - Szabadformájú görbék és felületek (NURBS)



(www.geomagic.com)

A simítás feladatai

- Esztétikus görbék és felületek
- Fontos a tervezésben
- Nincs egyértelmű definíció
- Egyenletes görbület-eloszlás
- Nagy, monoton görbületű területek
- Geometriai jellemzők megtartása



(www.tebis.com)

A Farin-féle definíció

Egy görbe sima, ha a görbület-grafikonja folytonos és kevés monoton darabból áll.

A simítás módszerei

- Mérték minimalizálása
 - Diszkrét adatok alapján újraillesztés (variációs módszerek)
 - A meglevő geometria módosítása (utófeldolgozó módszerek)

Mértékek görbékre

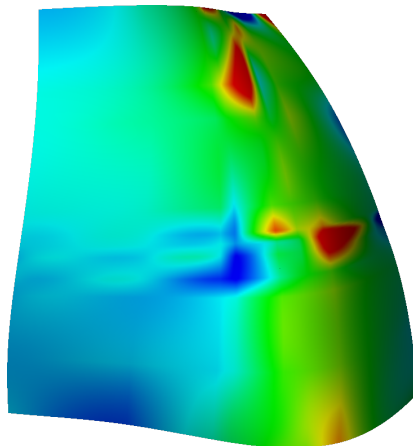
- Feszítési energia
 $\int \kappa(t)^2 dt$
- Közelítő feszítési energia
 $\int c''(t)^2 dt$
- Minimális görbület-variáció
 $\int \kappa'(t)^2 dt$

Mértékek felületekre

- Vékony lemez energia
 $\int \int \kappa_1^2 + \kappa_2^2 dS$
- Membrán-energia
 $\int \int S_u^2 + S_v^2 du dv$
- Minimális főgörbület-variáció
 $\int \int \left(\frac{\partial \kappa_1}{\partial e_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa_2}{\partial e_2} \right)^2 dS$

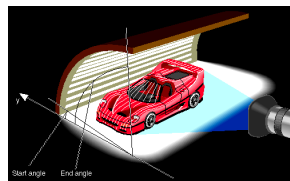
Görbülettérképek

- Görbületi fésű (görbékre)
- Gauss-görbülettérkép
- Átlaggörbület-térkép
- Főgörbület-térképek
- Megmutatja a görbület hirtelen változásait



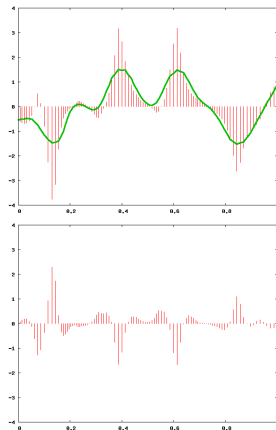
Tükröződési vonalak

- Struktúrált fényforrások visszaverődései
- Mutatja az érintő- és görbület-folytonossági (G^1 és G^2) hibákat
- Intuitív
- Változatok (isophote, highlight band)



Motiváció

- Görbület variációja → jó indikátor, de számításigényes
- Harmadik derivált → egyszerű, de csak speciális paraméterezésnél jó
- Szép görbület → szép görbe
- Ötlet: „ideális” görbületi fésű (célgörbület) meghatározása
 - Egyszerű simítással (pl. átlagolás, laza illesztés)
 - Kis eltérés → sima görbe

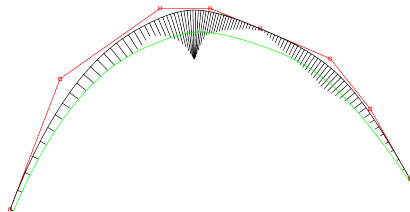


Új mérték célgörbület alapján

- Simaság mértéke = görbület–célgörbület eltérés
- Felületekre kiterjeszthető a főgörbületek kombinációjával
 - Cél-átlaggörbület, cél-Gauss-görbület stb.
- [Harmadik Magyar Grafika és Geometria Konferencia, 2005]

1.1 tézis

Kidolgoztam egy új technikát görbék és felületek minőségének kiértékelésére. Ez egy célgörbületfüggvénytől mért eltérésen alapul, így a görbület változását optimalizálja, ugyanakkor számításigénye alacsony.



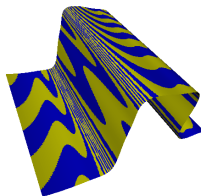
Célgörbület alapú simítás

- Olyan görbét keresünk, aminek...
 - a célgörbülethez hasonló a görbülete
 - kevésbé tér el az eredetitől
- Hatékonyan megoldható numerikus integrálással
- A görbét az eredeti körüli csőben tartja
[JSPE Semestrial Meeting (Japán), 2007;
Geometrical Modeling and Processing (Kína), 2008]

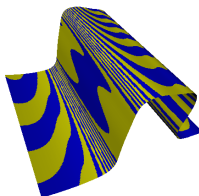
1.2 tézis

Kifejlesztettem egy görbesimító módszert a fenti simasági fogalom alapján. Az algoritmus numerikus integrálást használ, és ezáltal nagyon hatékony. Az eredeti jellemzők megtartását segíti, hogy a módszer lokális, és a kiinduló görbétől való maximális eltérés szabályozható.

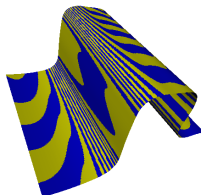
Példa görbesimításra (eltolással képzett felületek)



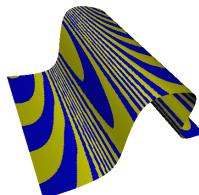
Eredeti



Szoros tolerancia



Közepes tolerancia



Laza tolerancia

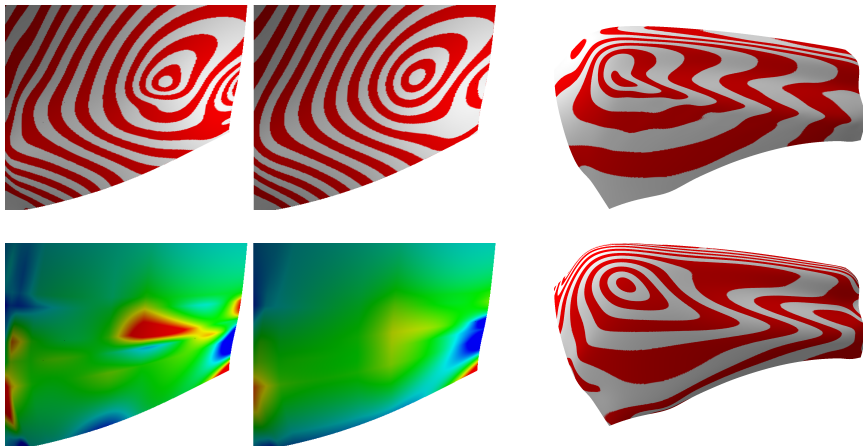
Felületek simítása

- Két módszer:
 - Izogörbék simítása mindkét parametrikus irányban
 - Eredmények összesimítása
 - Parciális differenciál-egyenlet megoldása
 - Görbületek helyett második deriváltak
- [Geometrical Modeling and Processing (Kína), 2008]

1.3 tézis

Az algoritmust általánosítottam felületekre két különböző módon. Az izogörbe alapú kiterjesztés gyorsabb, míg a közvetlen kiterjesztés jobb minőségű eredményeket ad. Mindkét módszer lokális.

Példa felületsimításra (bal: integrálással, jobb: PDE-tel)



Görbület-approximáció alapú simítás

- Hasonló referencia-felületből kiindulva ismert a görbület jó közelítése (Greiner, 1996)
- Legyen a simítandó felület a referencia-felület
- Meghatározható egy görbület-közelítés
- A simítási feladat megoldható lineáris egyenletrendszerrel [Ötödik Magyar Grafika és Geometria Konferencia, 2010]

1.4 tézis

Kifejlesztettem egy másik felületsimító operációt is, ami Greiner módszerét alkalmazva először kiszámít egy közelítő Hesse-mátrixot, majd ez alapján határozza meg a célgörbületet. Ez a változat gyors és megbízható, és a minőségen is jelentősen javít.

Példa felület görbület-approximáció alapú simítására



Motiváció

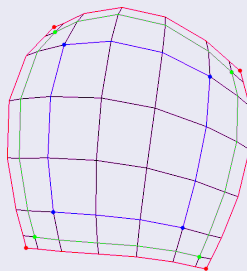
- Folytonosság biztosítása → minőségromlás
- Simítás → sérül a folytonosság
- Lehetőségek:
 - Folytonosság gyengítése
 - Parametrikus vagy geometriai
 - Pontos (algebrai) vagy közelítő (numerikus)
 - Módosítások korlátozása
 - Folytonosság: Csak a kritikus kontrollpontok változzanak
 - Simítás: A folytonosságot meghatározó kontrollpontok ne változzanak

Folytonosság keretekkel

- Geometriai folytonosság parametrikus helyett
- Cél: numerikus folytonosság a határokon
- G^2 folytonosság a három külső kontrollpont-sor alapján

Négyoldalú felület keretei

- 1 Pozíció-keret
 C^0 folytonosság
- 2 Érintő-keret
 G^1 folytonosság
- 3 Görbület-keret
 G^2 folytonosság



A folytonosság beállítása

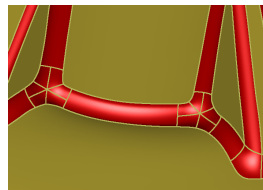
- Két felület: *master* (referencia) és *slave* (módosítandó)
- Mintavételezés a közös határon
- Pontosan egy keret pontjaira felírt lineáris egyenletrendszer (kívülről befele haladva: először C^0 , majd G^1 , végül G^2)
- Minimalizálja a mintapontokban a folytonossági hibát
- Egyéb megszorítások
 - A kontrollpontok csak normálirányban mozdulhatnak el
 - Minimális elmozdulás

2.1 tézis

Készítettem egy „Master–Slave” algoritmust, ami görbületfolytonosan (G^2) kapcsol össze két szomszédos felületet (numerikus értelemben). A folyamat azt is biztosítja, hogy a Slave felület kontrollhálójá csak minimálisan változik.

Simítás a modell felépítése szerint

- Gépipari alkalmazásokban
függőségi relációk a modellen belül
- Simítás a hierarchiának megfelelően
 - ① Elsődleges felületek
 - ② Éllekerekítések (2 felület)
 - ③ Csúcslekerekítések (n felület)



2.2 tézis

Javasoltam egy hierarchikus eljárást összetett modellek simítására folytonossági kényszerekkel, összhangban a mérnöki visszafejtés „funkcionális lebontás” paradigmájával. Az elsődleges felületek simítása során az eredeti alaksajátosságok megőrzésére kerül a hangsúly, míg az összekötő felületeknél, mint pl. a lekerekítések vagy a sarokfelületek, az algoritmus a simaságot és a folytonosságot részesíti előnyben.

Simítás folytonossági kényszerekkel

- Felváltva simítjuk a felületet és állítjuk be a *következő* folytonossági keretet
- A simítást mindig úgy végezzük, hogy a már elért folytonosság megmaradjon
- [Ötödik Magyar Grafika és Geometria Konferencia, 2010; Symposium on Solid and Physical Modeling (Izrael), 2010]

2.3 tézis

Kifejlesztettem egy új módszert négyoldalú felületek simítására, ami a folytonossági kényszereket kielégítő, és a felület belsejét simító lépések váltakozásából áll. A simító lépésekhez különféle lokális módszereket lehet használni, többek között az 1.3–1.4 pontokban bemutatottakat is.

2. tézis — Hierarchikus felületsimítás

Négyoldalú csúcslekerekítés (előtte)

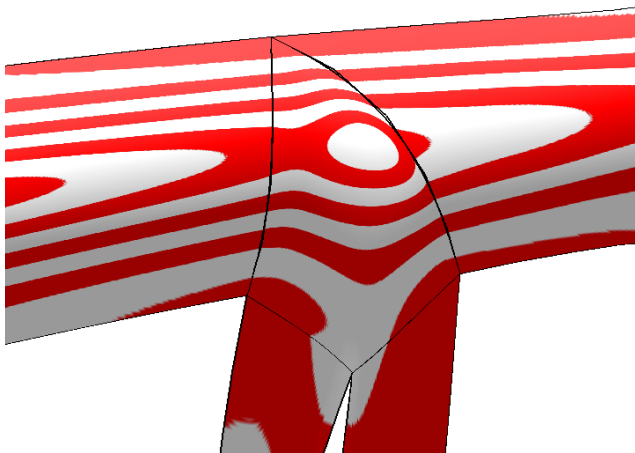


2. tézis — Hierarchikus felületsimítás

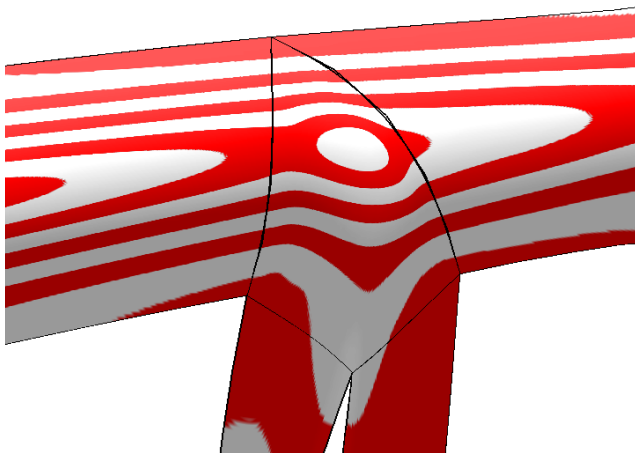
Négyoldalú csúcslekerekítés (utána)



Négyoldalú csúcslekerekítés (előtte)



Négyoldalú csúcslekerekítés (utána)



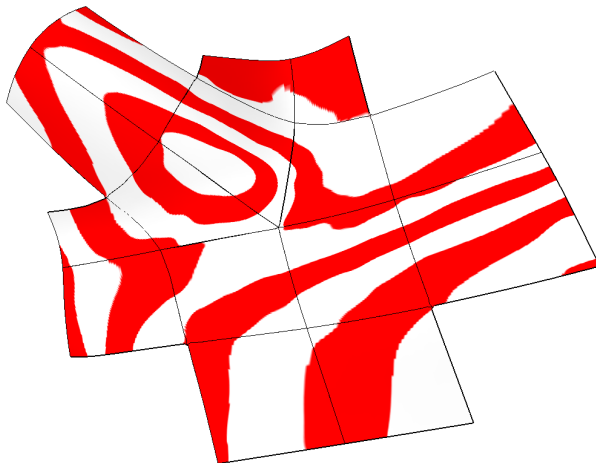
Nem négyoldalú felületek kezelése

- Problémák:
 - Kezdeti simaság biztosítása
 - Osztógörbék menti folytonosság biztosítása
- [Ötödik Magyar Grafika és Geometria Konferencia, 2010;
Symposium on Solid and Physical Modeling (Izrael), 2010]

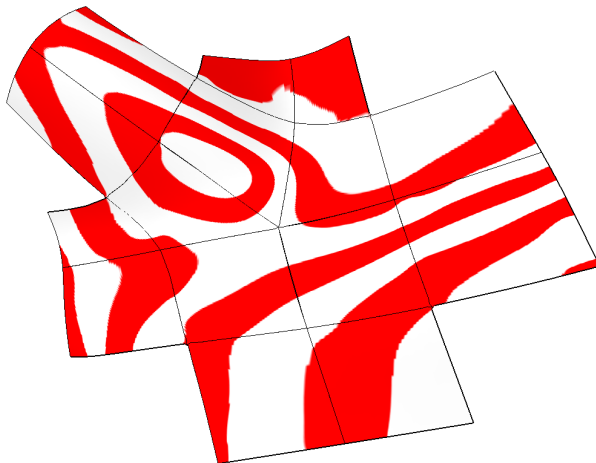
2.4 tézis

A fenti módszert kiterjesztettem, hogy alkalmazható legyen négyoldalú felületekből összeállított n -oldalú felületekre is. Az első lépésben a teljes felületet meg kell simítani; erre használható valamilyen diszkrét simítási eljárás vagy transzfinít interpoláció. Ezt a felületek kényszeres újraillesztése követi. Ez a megközelítés biztosítja, hogy a sima kapcsolódást hátráltató, rossz minőségű tartományok eltűnnek a belső felosztó görbék mentén.

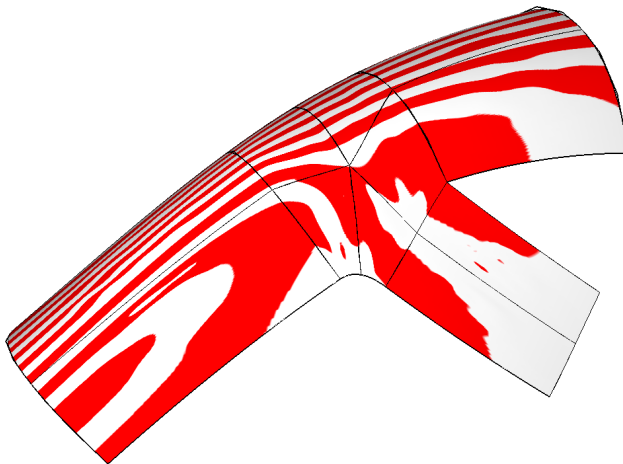
Ötoldalú csúcslekerekítés (előtte)



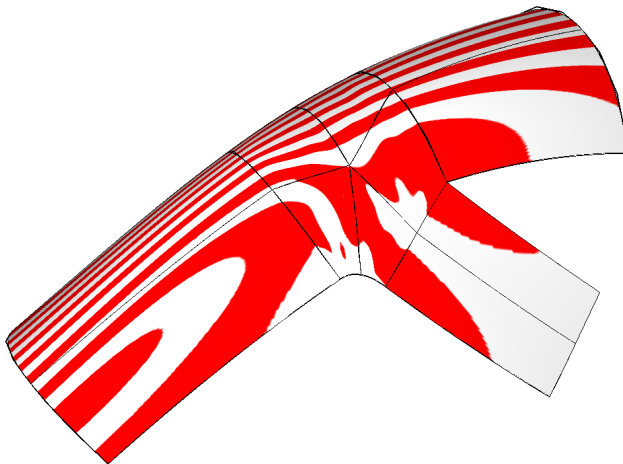
Ötoldalú csúcslekerekítés (utána)



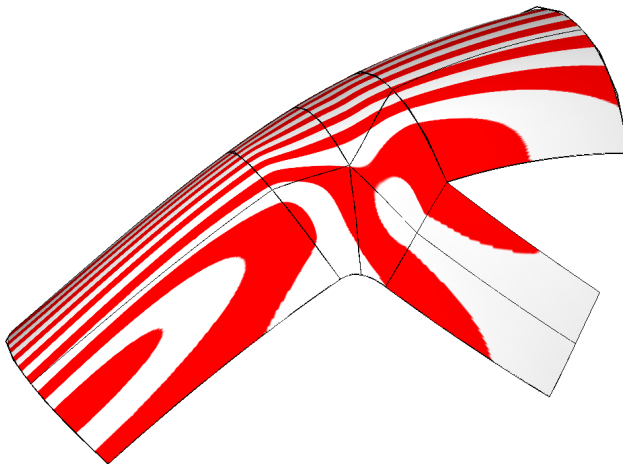
Ötoldalú felületcsoport (eredeti)



Ötoldalú felületcsoport (éllekerekítések simítása)

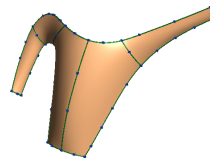
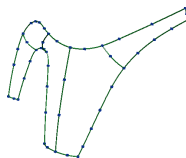
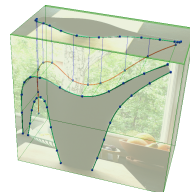
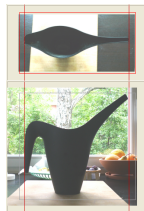


Ötoldalú felületcsoport (belső felületek simítása)



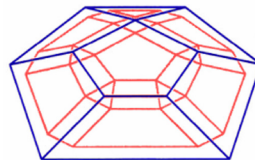
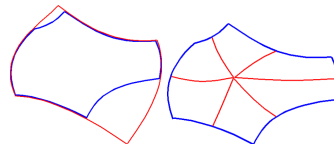
Motiváció

- Görbeháló alapú tervezés
- Jellegzetes görbék — kézi vázlatokból és fényképekből
- Eszközök 3D görbék és ribbonok generálására
- Automatikusan generált felületek
- Könnyű módosíthatóság
- Fő kérdés: az n -oldalú felületek reprezentációja



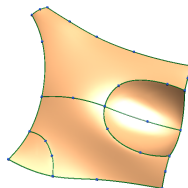
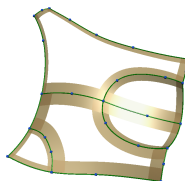
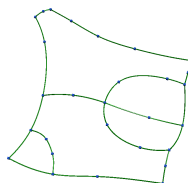
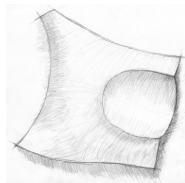
Hagyományos módszerek

- Levágás
 - Hogyan adjuk meg a négyoldalú felületet?
 - Határok módosítása?
- Négyoldalúakból
 - Hogyan készítünk sima felosztást?
 - Határok módosítása?
- Rekurzív felosztás
 - Kezdeti poliéder?
 - Keresztderivált megkötések?



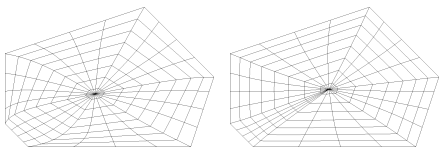
Transzfinit interpolációs felületek

- Nem kellene kontrollpontok és kontroll-poliéderek
- Nincs szükség belső adatpontokra
- Pontosan interpolálja a határokat
- Szabadformájú felületek valós idejű módosítása
- Sima, „vízzáró” kapcsolódások



Doménpoligon konstrukció

- Hagyományos: szabályos n -oldalú poligon
- Jobb: határgörbékhez „hasonló” poligon
 - Ívhosszban
 - Szögben
- [CAD, 2011; GMOD, 2012]



3.1 tézis

Továbbfejlesztettem korábbi klaszszikus sémákat olyan módon, hogy értelmezési tartománynak szabálytalan poligonokat választottam. Ezáltal a paraméterezés jobban tud illeszkedni a háromdimenziós határokhoz (mind az ívhosszakat, mind a szögeket tekintve), és így megszabadulhatunk a paraméterezésből származó hibáktól. Három új algoritmust dolgoztam ki a poligonok meghatározására.

Paraméterezés

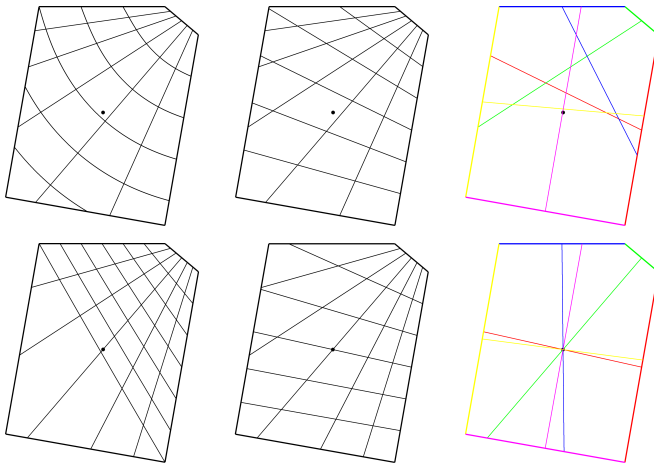
- Négyoldalú ribbonok leképezése a doménre
- Hagyományos módszerek szabályos poligont feltételeznek
- Természetes követelmény: a középső paramétervonal menjen át a poligon középpontján
- Lineáris söprés
- [Computer-Aided Design, 2011; Graphical Models, 2012]

3.2 tézis

Kifejlesztettem egy *középsöprés* nevű új paraméterezést, ami a ribbonokat (lineáris oldalinterpolánsokat) jó irányítottsággal képezi le, és leküzdí a hagyományos módszereknek a szabálytalan poligonális értelmezési tartomány felett jelentkező problémáit.

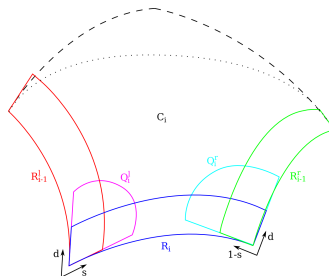
3. tézis — Transzfinít interpolációs felületek

Példa (fent: radiális, lent: középsőprés)



Három oldalt interpoláló ribbonok

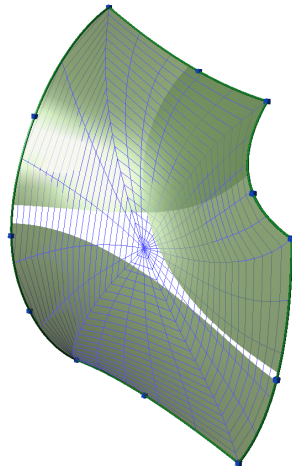
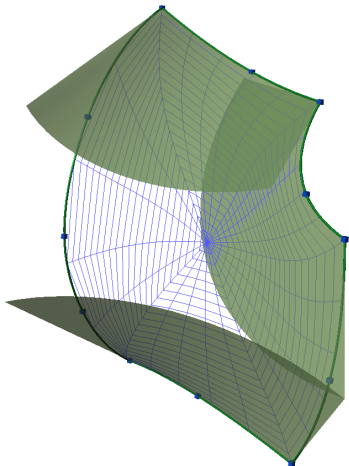
- Lineáris helyett görbült ribbonok
- Három oldalt interpoláló Coons felület
- Negyedik oldal lebeg
- Három lineáris ribbon és két korrekciós felület



3.3 tézis

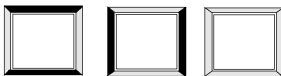
Görbült ribbonok használatát javasoltam a transzfinit interpolációban leggyakrabban használt lineáris interpolánsok helyett. Ez jobban megjósolható alakot eredményez, különösen erősen görbült határfeltételek mellett.

Lineáris és görbült ribbonok

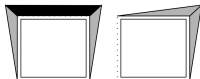


A felület, mint Bool-összeg

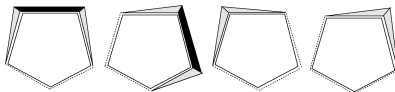
- Coons felület:



- Átírható oldalankénti összeg alakba:



- Ez a felírás általánosítható:



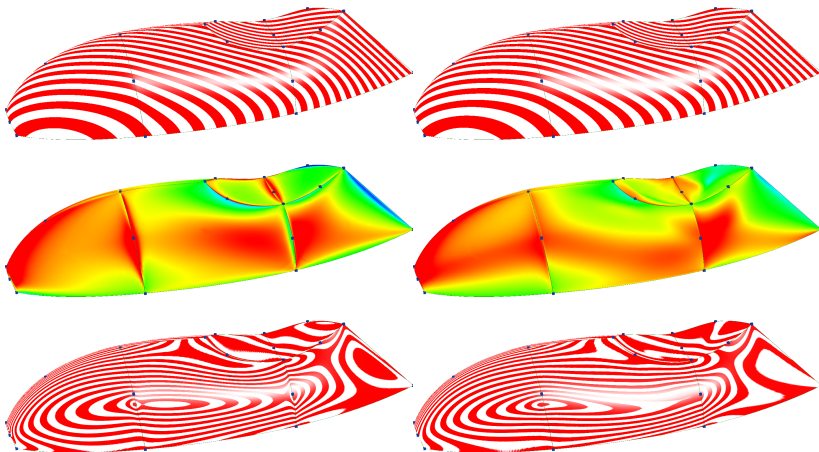
- Megkötések a paraméterezésre

3.4 tézis

Bevezettem egy új felületreprezentációt, amit a klasszikus (négyoldalú) Coons felület igazi n -oldalú általánosításaként lehet felfogni. Új paraméterezéseket (*összekapcsolódó*, *parabolikus* és *négyzetes* módszerek) is kidolgoztam, melyek eleget tesznek az új felület által támasztott szigorúbb differenciális követelményeknek.

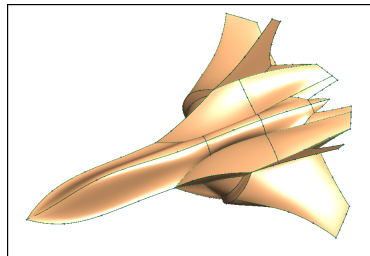
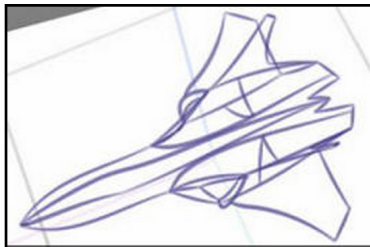
3. tézis — Általánosított Coons felület („GC”)

Példa (bal: hagyományos, jobb: GC)



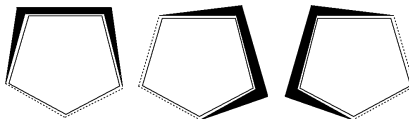
3. tézis — Általánosított Coons felület („GC”)

Példa: Jet Fighter modell



(a görbeháló az EverybodyLovesSketch programmal készült)

Görbült ribbon alapú reprezentáció



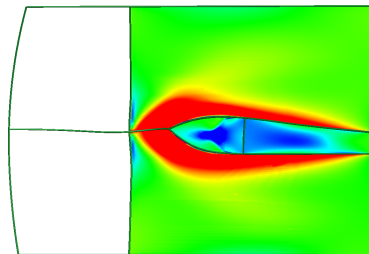
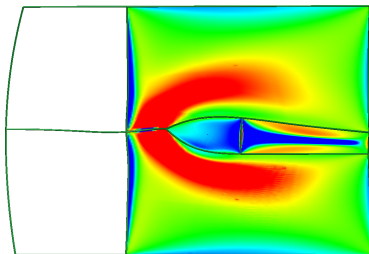
- Nem kellenek korrekciós felületek
- G^1 folytonossághoz egyszerűbb paraméterezés is elég

3.5 tézis

Az előző formulát kiterjesztettem, hogy görbült ribbonokat kombináljon természetes módon. Bebizonyítottam, hogy a paraméterezéssel szemben támasztott követelmények enyhíthetőek, ha a határok mentén elég a ribbonok normálvektorait reprodukálni, és nincs szükség a pontos keresztderiváltakra. Ez a G^1 felület is természetes formát eredményez.

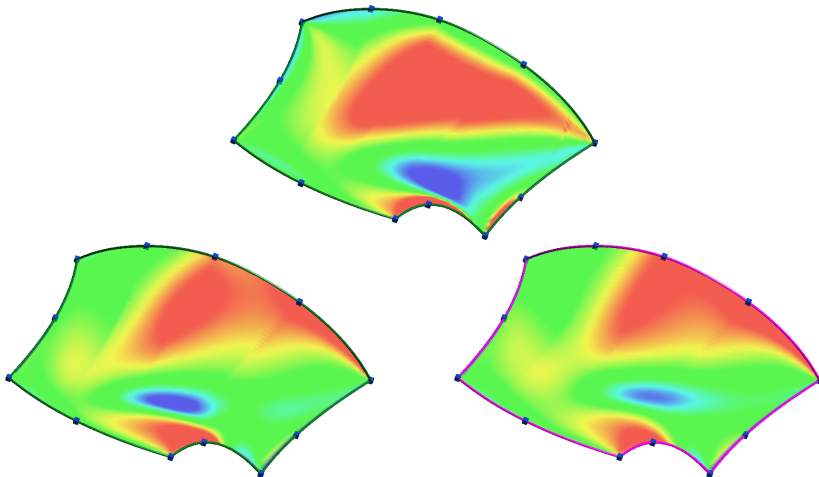
3. tézis — Görbült ribbon alapú felület („CR”)

Példa (bal: hagyományos, jobb: CR)



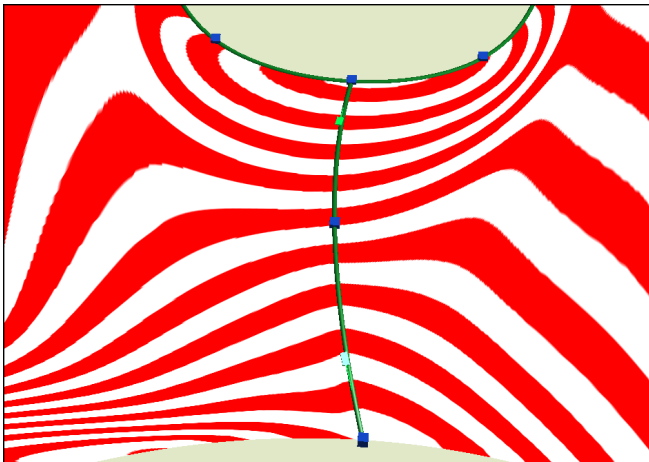
3. tétel — Görbült ribbon alapú felület („CR”)

Példa (fent: hagyományos, bal: GC, jobb: CR)



3. tézis — Görbült ribbon alapú felület („CR”)

G^1 folytonosság a felületek között (és numerikus G^2)



Összefoglalás

- Új görbe- és felületsimító módszerek
 - NSF Grant (Geomagic, 2005–2007) egyik alfejezete
- Hierarchikus felületsimítás a mérnöki visszafejtés részeként
- Hagyományos n -oldalú felület-reprezentációk továbbfejlesztése
 - Doménpoligon és paraméterezés
 - Görbült ribbonok
- Két új transzfinit n -oldalú felület-reprezentáció
 - Tesztelés: *Sketches* prototípus modellező rendszer
- Publikációk nemzetközi konferenciákon és folyóiratokban

Publikációs lista (a disszertáció leadásáig)

- **P. Salvi**, T. Várady: Local Fairing of Freeform Curves and Surfaces, *Proceedings of the Third Hungarian Graphics and Geometry Conference*, pp. 113–118, 2005.
- **P. Salvi**, T. Várady, H. Suzuki: Local Fairing of Curves and Surfaces, *Proceedings of JSPE Semestrial Meeting*, Vol. 2007S, pp. 11–12, 2007.
- **P. Salvi**, H. Suzuki, T. Várady: Fast and local fairing of B-spline curves and surfaces, *Proceedings of the 5th international conference on Advances in Geometric Modeling and Processing*, pp. 155–163, 2008.
- **P. Salvi**, T. Várady: Constrained Fairing of Freeform Surfaces, *Proceedings of the Fifth Hungarian Conference on Computer Graphics and Geometry*, pp. 65–72, 2010.
- **P. Salvi**, T. Várady: Hierarchical surface fairing with constraints, *Proceedings of the 14th ACM Symposium on Solid and Physical Modeling*, pp. 195–200, 2010.
- T. Várady, A. Rockwood, **P. Salvi**: Transfinite surface interpolation over irregular n -sided domains, *Computer-Aided Design* 43(11), pp. 1330–1340, 2011.

Publikációs lista (a disszertáció leadása óta)

- T. Várady, **P. Salvi**, A. Rockwood: 3D shape design using curve networks with ribbons, *Proceedings of the Sixth Hungarian Conference on Computer Graphics and Geometry*, pp. 34–41, 2012.
- **P. Salvi**, T. Várady, A. Rockwood: New Schemes for Multi-sided Transfinite Surface Interpolation, *Proceedings of the Sixth Hungarian Conference on Computer Graphics and Geometry*, pp. 56–63, 2012.
- T. Várady, **P. Salvi**, A. Rockwood: Transfinite surface interpolation with interior control, *Graphical Models* 74(6), pp. 311–320, 2012.
- **P. Salvi**, T. Várady, A. Rockwood: Multi-sided Transfinite Surfaces Based on Ribbons, *Computer-Aided Geometric Design (submitted)*
- T. Várady, **P. Salvi**: New multi-sided patches for curve network-based design, *KÉPAF 2013 (accepted)*
- T. Várady, **P. Salvi**, A. Rockwood: Transfinite Surface Patches Using Curved Ribbons, *EuroGraphics 2013 (submitted)*

Köszönöm a figyelmet.