

Sima görbék és felületek

a doktori értekezés tézisei

Salvi Péter

Témavezető: Dr. Várady Tamás

2012

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Budapest
Informatikai Doktori Iskola
Numerikus és szimbolikus számítások program

Iskolavezető: Dr. Benczúr András

Programvezető: Dr. Járai Antal

1. Bevezetés

A számítógéppel segített geometriai tervezés (Computer Aided Geometric Design, CAGD) egyik központi problémája a szabadformájú görbék és felületek simítása, szépítése (*fairing*). Az esztétikus megjelenés különösen fontos a gépjárműiparban, valamint más hétköznapi használati tárgyakkal, ahol az eladások száma nagymértékben függ a termék külalakjától. A jelenlegi kereskedelmi forgalomban levő rendszerekkel dolgozó hivatásos tervezőmérnökök azonban még mindig napokat töltenek el egy-egy modell kontrollpontjainak mozgatásával, hogy első osztályú, ún. „Class A” felületeket kapjanak.

A szépség nehezen megfogható fogalom. Nincsen rá pontos matematikai definíció, és a felhasználási területtől függően más és más követelményeket kell kielégíteni. A kutatók annyiban mégis egységes álláspontot képviselnek, hogy az egyenletes görbületeszlás kívánatos tényező [Far02, RR94]. Nem elég azonban kisimítani a felületeket — figyelni kell arra is, hogy megtartsuk az eredeti modell jellegzetes vonalait, görbületeit. Fontos tehát a simító algoritmusoknál a lokalizálhatóság, és az eredetitől való eltérés korlátozása.

A gyakorlatban a modellezett tárgyak többsége nem csak éles élekkel rendelkezik, hanem vannak bennük él- és saroklekerekítések is. Ezeknek folytonosan kell kapcsolódnuk az elsődleges felületekhez, ezért a simításnál vigyázni kell a köztük levő kapcsolódás simaságára. Itt a „sima kapcsolódás” általában G^2 -folytonosságot takar. A G -folytonosság kevésbé szigorú, mint a C -folytonosság: elég, ha létezik olyan paraméterezés, ahol a felületek C -folytonosan kapcsolódnak [Far02]. Ez gyakorlatilag azt jelenti, hogy G^1 -folytonosan kapcsolódó felületeknél azonosak az érintősíkok a közös határgörbe mentén, míg G^2 -folytonosságnál a felületi görbületek egyeznek meg. Ezeket gyakran *érintőfolytonosságnak*, ill. *görbületfolytonosságnak* is nevezik.

A görbék és felületek simasága sok gyakorlati alkalmazásban játszik központi szerepet. Ezek egyike a mérnöki visszafejtés vagy digitális alakvisszaállítás (Digital Shape Reconstruction, DSR), melynek feladata már meglevő alkatrészek, testek számítógépes reprezentációjának előállítására nagyméretű mért pontthalmazok alapján. A rekonstrukció számos lépésből áll, ezekből a legfontosabbak a háromszögelés, a szegmentáció, a tartományok osztályozása,

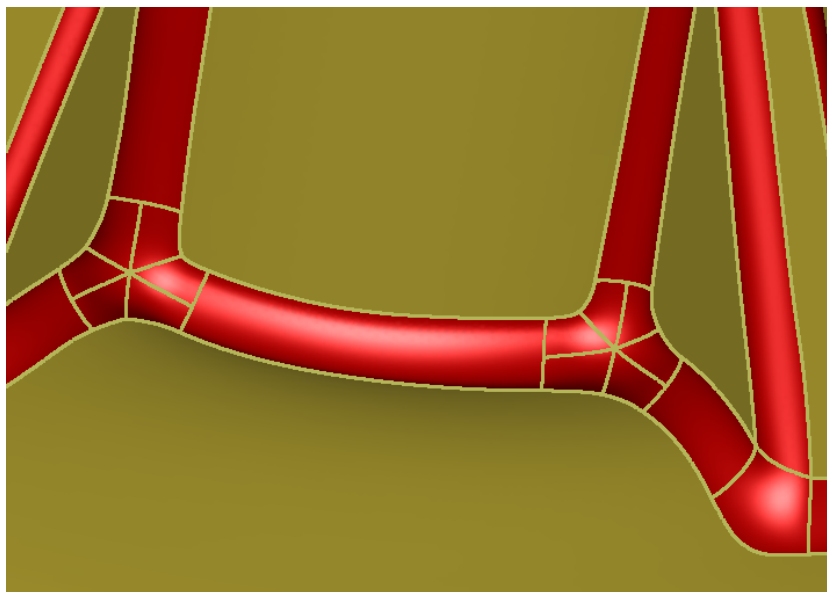
a felületillesztés és a minőségjavítás [VM02]. Ez egy nagyon összetett folyamat, amelyben apró mérési hibák is érezhető minőségcsökkenést okozhatnak, ezért a visszafejtésnél a simító algoritmusok elengedhetetlenek. Az ún. *variációs* módszerek a felület-approximációba integrálhatóak és így a geometria illesztésénél jelennek meg, míg az *utólagos* módszerek a végső minőségjavítási fázisban alkalmazhatóak.

A fairing egy másik alapvető alkalmazási területe a felülettervezés. Különböző technikák léteznek háromdimenziós modellek szerkesztésére, ezek közül kiemelendő a görbeháló-alapú tervezés. Ennél a megközelítésnél a felhasználó először egy térbeli görbehálót definiál, amely a tényleges objektum éleinek és jellemző vonalainak felel meg. A görbék bevitelére különféle lehetőségek vannak, mint például a hagyományos műszaki tervrajzok, a síkbeli vázlatok, vagy megfelelő eszközökkel akár a közvetlen térbeli megadás. Ezeknek a görbéknek simáknak kell lenniük, hogy majd jó minőségű felületeket lehessen rájuk illeszteni. A görbeháló-alapú tervezésben szintén kritikus kérdés a legmegfelelőbb felülettípusok kiválasztása. A *transzfinit interpolációs felületek* itt kiváltképp jól használhatóak, hiszen meghatározásukhoz nincs szükség másra, csak a határológörbékre és az ezeken értelmezett keresztderiváltfüggvényekre.

2. A kutatás célja és módszere

E kutatás célja új, automatikus, illetve fél-automatikus simító algoritmusok kifejlesztése. A kutatás egy része utólagos módszerekkel foglalkozik, amelyek korábban definiált szabadformájú görbék és felületek minőségét javítják. A mérnöki visszafejtésben általában erre van szükség, és ebben a kontextusban kulcsfontosságú a lokáltság, valamint az eredeti felületi jellemzők megőrzése. Az új algoritmusokat a simítás mellett ezekre a feladatokra is fel kell tehát készíteni. A paraméterezés-függetlenség szintén gyakori elvárás.

Amikor egy olyan összetett objektumot akarunk simítani, amely sok kapcsolódó felületből áll, nem csak a különálló felületeket, hanem ezek hierarchiáját is számításba kell venni. Az alárendelt kapcsolódó felületek, így a lekerekítések és sarokfelületek simítása tehát új problémát jelent. A funkció-



1. ábra. Elsődleges, lekerekítő és sarokfelületek

nális lebontás (functional decomposition, [VM02]) szerint egy komplex CAD modell felbontható a felületek folytonossági kényszerekkel kiegészített fájára. A hierarchia jellemzően a következőkből áll: (i) elsődleges felületek, (ii) kapcsolódó felületek (pl. lekerekítések) és (iii) sarokfelületek, ld. 1. ábra.

A simítást is érdemes tehát hasonlóképp elvégezni, mindig felhasználva az előző lépésekből eredő folytonossági kényszereket. Érdemes megfigyelni, hogy míg az elsődleges felületek elég nagyok és megjelenik bennük a tervezői koncepció, az összekötő és sarokfelületek kisebbek (az illesztett felületek így pontatlanabbak), ezért ezeknél elsősorban a minőség számít, és az sem baj, ha kicsit nagyobb lesz az eltérés a mért pontoktól.

A kutatás második része n -oldalú felületek létrehozásával foglalkozik. Ez egyrészt az irodalomban megtalálható transzfinit interpolációs módszerek tökéletesítését, másrészt új felületreprezentációk kidolgozását foglalja magában. Ehhez számos alfeladat megoldására van szükség, ilyen pl. (i) az interpolánsok meghatározása, (ii) alkalmas poligonális értelmezési tartomány keresése, (iii) paraméterezések definiálása az interpolánsok értelmezési tartományának az n -oldalú poligonra való leképezéséhez, vagy (iv) az interpolánsok kombinációjához használt blendfüggvények megadása.

A munkát a tudományos irodalom feldolgozásával kezdtem [1, 6], valamint egy megbízható tesztkörnyezet felépítésével, melyben az irodalomban megtalálható módszereket, ill. új ötletek prototípusait könnyen tudtam implementálni. Ennek segítségével azonosítani tudtam a hagyományos simító algoritmusok hátrányait: a görbület-variáció alapú módszerek magas számításigényét, valamint az alárendelt és/vagy n -oldalú felületekre alkalmazható simító eljárások hiányát. Ezután új ötleteket próbáltam ki, melyeket (mind mesterséges, mind valódi mérésekből származó) modelleken teszteltem. Az új felületek formuláinak helyességét matematikai bizonyításokkal is megmutattam. Az eredményeket bemutattam nemzetközi konferenciákon, és megjelentek neves folyóiratokban is.

3. Tudományos előzmények

Nem létezik „legjobb” simasági mérték. Különböző alkalmazásoknál különböző megközelítésekre van szükség, és ez az oka, hogy az irodalomban olyan sokféle mérték található. A közismert feszítési energia például egy, a XVIII. századi hajóácsok által használt módszerre vezethető vissza, melyben egy rugalmas lécet vezettek végig az interpolálandó pontokra helyezett fémsúlyok között, hogy sima görbét kapjanak. Ez a görbe minimalizálja a görbület négyzetének integrálját; mivel a görbület számítása nehézkes, helyette gyakran a (paraméterezés-függő) második deriváltat használják. Ez a gyakorlat megkérdőjelezhető, hiszen a simítás váratlan eredményeket adhat, ha a görbe paraméterezése lényegesen eltér az ívhossz szerinti paraméterezéstől.

A simaság egy klasszikus definíciója Farin és Sapidis tollából származik [Far02]: „egy görbe akkor sima, ha a görbületének grafikonja kevés monoton darabból áll”, tehát ha nincsenek hirtelen változások és inflexiók a görbületben. A Moreton és Séquin [MS94] által javasolt minimális variációjú görbék (MVG) és felületek (MVF) megfelelnek ennek a feltételezésnek, mivel a görbület változásának négyzetét minimalizálják. Fontos azonban megjegyezni, hogy ez a mérték nagyon számításigényes, különösen felületekre.

Egy másik módszer ezeknek az energiáknak a vizsgálatára az, hogy megkeressük a hozzájuk tartozó „tökéletes” görbét vagy felületet, amelynek nulla

energiája van. Ez a feszítési energiára nézve az egyenes, hiszen a görbületet bünteti, de a MVG-re a körvonal is jó, mivel a görbület változását minimalizálja. Roulier és Rando munkája [RR94] nagyon részletes, átfogó képet ad ezekről és más mértékekről, valamint azok hatásairól.

Az egyik legegyszerűbb, de nagyon népszerű görbesimítási módszer a *cso-mók kivétele és visszaillesztése* (Knot Removal and Reinsertion, KRR). Az algoritmus eredetileg Kjellandertől származik, Farin és Sapidis ennek egy lokális változatát dolgozták ki [Far02]. Ez az algoritmus azt használja ki, hogy (i) egy B-spline görbe simább lesz, ha egy csomót elhagyunk a csomóvektorából (bár a részletek a csomó környékén természetesen elvesznek), valamint hogy (ii) egy új csomót hozzá lehet adni a csomóvektorhoz anélkül, hogy a görbe alakja megváltozna. Az ötlet abban áll, hogy kiveszünk egy csomót, majd visszaillesztjük, és így egy azonos szabadságfokú, simább görbét kapunk. A csomó kivételét meg lehet oldani mindössze egy kontrollpont mozgatásával, és az eljárás iteratív alkalmazásával (megfelelő simasági mérték alapú csomókiválasztási heurisztikával) nagyon hatékony simító algoritmust kapunk mind a minőségre, mind a számításigényre nézve. Felületekre viszont nem jól kiterjeszthető, mivel csak egy parametrikus irányban tudja biztosítani a simaságot, ami a gyakorlati alkalmazásokban nem elégséges.

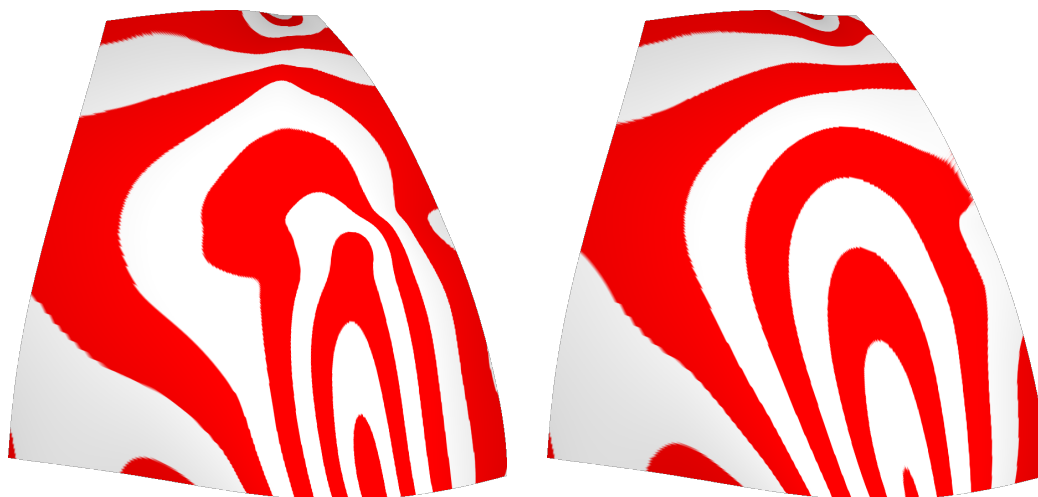
A transzfinit interpoláció alapját a négy határgörbére (és az azokon értelmezett keresztderivált függvényekre) támaszkodó harmadfokú Coons felületek [Coo67, Far02] képezik. Ezek általában jó minőségűek, és a görbületeloszlásuk is egyenletes, így természetes igény merült fel a Coons felületekhez hasonló n -oldalú felületek készítésére. A Charrot és Gregory [CG84] által javasolt felület alapjai *sarokinterpolánsok*, azaz olyan felületek, amelyek két szomszédos határgörbét interpolálnak. A felület ezeknek a megfelelő blendfüggvényekkel súlyozott összege.

Kato [Kat00] és számos más szerző lineáris oldalinterpolánsok vagy *ribbonok* segítségével definiált felületet. A ribbonok ugyan intuitívabb megközelítésnek tűnnek, de a felülethez szükséges blendfüggvények a sarokpontokban szingulárisak. A fenti felületek bizonyos értelemben hasonlítanak a Coons felületre, de szigorú értelemben véve nem tekinthetőek általánosításnak, mert más a strukturális felépítésük.

4. Tudományos eredmények

1. tézis. Célgörbület alapú simítás [1, 2, 3]

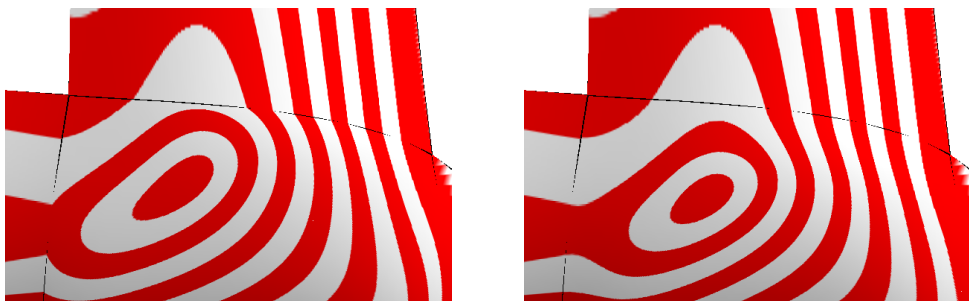
- 1.1. Kidolgoztam egy új technikát görbék és felületek minőségének kiértékelésére. Ez egy célgörbületfüggvénytől mért eltérésen alapul, így a görbület változását optimalizálja, ugyanakkor számításigénye alacsony.
- 1.2. Kifejlesztettem egy görbesimító módszert a fenti simasági fogalom alapján. Az algoritmus numerikus integrálást használ, és ezáltal nagyon hatékony. Az eredeti jellemzők megtartását segíti, hogy a módszer lokális, és a kiinduló görbétől való maximális eltérés szabályozható.
- 1.3. Az algoritmust általánosítottam felületekre két különböző módon. Az izogörbe alapú kiterjesztés gyorsabb, míg a közvetlen kiterjesztés jobb minőségű eredményeket ad. Mindkét módszer lokális.
- 1.4. Kifejlesztettem egy másik felületsimító operációt is, ami Greiner [Gre96] módszerét alkalmazva először kiszámít egy közelítő Hesse-mátrixot, majd ez alapján határozza meg a célgörbületet. Ez a változat gyors és megbízható, és a minőségen is jelentősen javít.



2. ábra. Autó-karosszériaelem fényvonalas képe simítás előtt és után (görbület-approximáció alapján, 1.4)

2. tézis. Hierarchikus simítás kényszerekkel [4, 5]

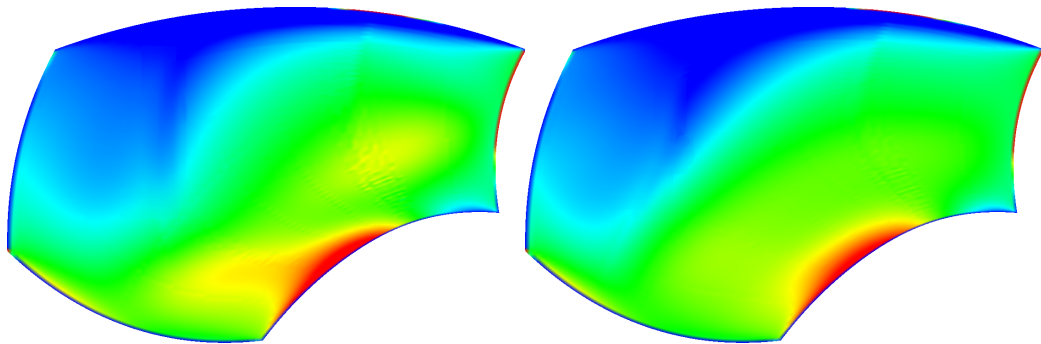
- 2.1. Készítettem egy „Master–Slave” algoritmust, ami görbületfolytonosan (G^2) kapcsol össze két szomszédos felületet (numerikus értelemben). A folyamat azt is biztosítja, hogy a Slave felület kontrollhálójára csak minimálisan változik.
- 2.2. Javasoltam egy hierarchikus eljárást összetett modellek simítására folytonossági kényszerekkel, összhangban a mérnöki visszafejtés „funkcionális lebontás” paradigmájával. Az elsődleges felületek simítása során az eredeti alaksajátosságok megőrzésére kerül a hangsúly, míg az összekötő felületeknél, mint pl. a lekerekítések vagy a sarokfelületek, az algoritmus a simaságot és a folytonosságot részesíti előnyben.
- 2.3. Kifejlesztettem egy új módszert négyoldalú felületek simítására, ami a folytonossági kényszereket kielégítő, és a felület belsejét simító lépések váltakozásából áll. A simító lépésekhez különféle lokális módszereket lehet használni, többek között az 1.3.–1.4. pontokban bemutatottakat is.
- 2.4. A fenti módszert kiterjesztettem, hogy alkalmazható legyen négyoldalú felületekből összeállított n -oldalú felületekre is. Az első lépésben a teljes felületet meg kell simítani; erre használható valamilyen diszkrét simítási eljárás vagy transzfinit interpoláció. Ezt a felületek kényszeres újraillesztése követi. Ez a megközelítés biztosítja, hogy a sima kapcsolódást hátráltató, rossz minőségű tartományok eltűnnek a belső felosztó görbék mentén.



3. ábra. Négy lekerekítő felületet összekötő sarokelem simítása

3. tézis. Transzfinit n -oldalú felületek [6, 7]

- 3.1. Továbbfejlesztettem korábbi klasszikus sémákat olyan módon, hogy értelmezési tartománynak szabálytalan poligonokat választottam. Ezáltal a paraméterezés jobban tud illeszkedni a háromdimenziós határokhoz (mind az ívhosszakat, mind a szögeket tekintve), és így megszabadulhatunk a paraméterezésből származó hibáktól. Három új algoritmust dolgoztam ki a poligonok meghatározására.
- 3.2. Kifejlesztettem egy *középsőprés* nevű új paraméterezést, ami a ribbonokat (lineáris oldalinterpolánsokat) jó irányítottsággal képezi le, és leküzdí a hagyományos módszereknek a szabálytalan poligonális értelmezési tartomány felett jelentkező problémáit.
- 3.3. Görbült ribbonok használatát javasoltam a transzfinit interpolációban leggyakrabban használt lineáris interpolánsok helyett. Ez jobban megközelítható alakot eredményez, különösen erősen görbült határfeltételek mellett.
- 3.4. Bevezettem egy új felületreprezentációt, amit a klasszikus (négyoldalú) Coons felület igazi n -oldalú általánosításaként lehet felfogni. Új paraméterezéseket (*összekapcsolódó*, *parabolikus* és *négyzetes* módszerek) is kidolgoztam, melyek eleget tesznek az új felület által támasztott szigorúbb differenciális követelményeknek.
- 3.5. Az előző formulát kiterjesztettem, hogy görbült ribbonokat kombináljon természetes módon. Bebizonyítottam, hogy a paraméterezéssel szemben támasztott követelmények enyhíthetőek, ha a határok mentén elég a ribbonok normálvektorait reprodukálni, és nincs szükség a pontos keresztderiváltakra. Ez a G^1 felület is természetes formát eredményez.



4. ábra. Az általánosított Coons felület (3.4, bal) és az összetett ribbon felület (3.5, jobb) összehasonlítása átlaggörbülettérkép segítségével

5. Az eredmények hasznosítása

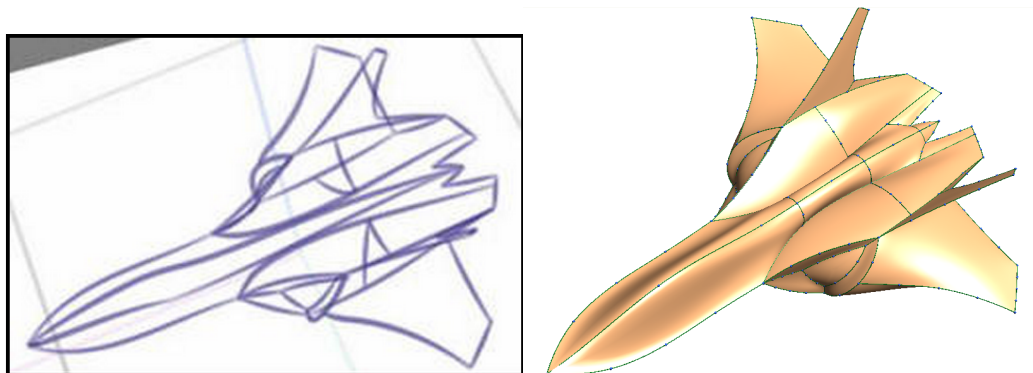
Az első tézis néhány eredménye bekerült egy, az amerikai Nemzeti Tudományos Alapítvány (NSF) kis- és középvállalkozások innovációját támogató pályázatába („Creating functionally decomposed surface models from measured data”, SBIR #0450230), amikor a Geomagic, Inc. nemzetközi fejlesztőcsapattal dolgoztam.

A harmadik tézis egésze részét képezi a ShapEx Kft. által fejlesztett Sketches prototípus modellező rendszernek. Ez a kutatás részben a szaúd-arábiai King Abdullah Tudományegyetemmel (KAUST) folytatott tudományos együttműködés keretében valósult meg. A Sketches rendszer kézi vázlatok alapján háromdimenziós felületmodelleket hoz létre, ld. 5. ábra.

A kutatás ezenkívül kapcsolódik a „Minőségorientált, összehangolt oktatási és K+F+I stratégia, valamint működési modell kidolgozása a Műegyetemen” projekt (UMFT-TÁMOP-4.2.1/B-09/1/KMR-2010-0002) szakmai célkitűzéseinek megvalósításához.

Hivatkozások

- [CG84] P. Charrot, J. A. Gregory. A pentagonal surface patch for computer aided geometric design. *Computer Aided Geometric Design*, 1(1):87–94, 1984.



5. ábra. „Jetfighter” modell — az eredeti 3D vázlat (bal) és a generált felületmodell (jobb)

- [Coo67] S. A. Coons. Surfaces for computer-aided design of space forms. Technical report, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, USA, 1967.
- [Far02] G. Farin. *Curves and surfaces for CAGD: a practical guide*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, CA, USA, 5th edition, 2002.
- [Gre96] G. Greiner. Curvature approximation with application to surface modeling. In J. Hoschek, P. Kaklis, editors, *Advanced Course on FAIRSHAPE*, pages 241–252. Teubner Stuttgart, 1996.
- [Kat00] K. Kato. n-sided surface generation from arbitrary boundary edges. In P.-J. Laurent, P. Sablonnière, L. L. Schumaker, editors, *Curve and Surface Design: Saint-Malo 1999*, Innovations in Applied Mathematics, pages 173–181. Vanderbilt University Press, Nashville, TN, 2000.
- [MS94] H. P. Moreton, C. H. Sequin. Minimum variation curves and surfaces for computer-aided geometric design. In N. S. Sapidis, editor, *Designing Fair Curves and Surfaces*, pages 123–159. SIAM, 1994.

- [RR94] J. Roulier, T. Rando. Measures of fairness for curves and surfaces. In N. S. Sapidis, editor, *Designing Fair Curves and Surfaces*, pages 75–122. SIAM, 1994.
- [VM02] T. Várady, R. Martin. Reverse engineering. In *Handbook of Computer Aided Geometric Design*, chapter 26, pages 193–229. Elsevier, 2002.

Publikációs jegyzék

- [1] P. Salvi, T. Várady. Local fairing of freeform curves and surfaces. In *Proceedings of the Third Hungarian Conference on Computer Graphics and Geometry*, pages 113–118, 2005.
- [2] P. Salvi, T. Várady, H. Suzuki. Local fairing of curves and surfaces. In *Proceedings of JSPE Semestrial Meeting*, volume 2007S, pages 11–12, 2007.
- [3] P. Salvi, H. Suzuki, T. Várady. Fast and local fairing of b-spline curves and surfaces. In *Proceedings of the 5th international conference on Advances in geometric modeling and processing*, GMP’08, pages 155–163, Berlin, Heidelberg, 2008. Springer-Verlag.
- [4] P. Salvi, T. Várady. Constrained fairing of freeform surfaces. In *Proceedings of the Fifth Hungarian Conference on Computer Graphics and Geometry*, pages 65–72, 2010.
- [5] P. Salvi, T. Várady. Hierarchical surface fairing with constraints. In *Proceedings of the 14th ACM Symposium on Solid and Physical Modeling*, SPM ’10, pages 195–200, New York, NY, USA, 2010. ACM.
- [6] T. Várady, A. Rockwood, P. Salvi. Transfinite surface interpolation over irregular n-sided domains. *Computer Aided Design*, 43:1330–1340, November 2011.
- [7] T. Várady, P. Salvi, A. Rockwood. Transfinite surface interpolation with interior control. *Graphical Models (under revision)*, 2012.